# Ćw. 10. Matlab -Symbolic Toolbox

## Symbolic Toolbox - przydatne funkcje

| | |
|---|---|
| Deklaracja zmiennych symbolicznych: | **syms** zmienna1 zmienna2 zmienna3 *itd.* |
| lub: | **sym** ('zmienna1', 'zmienna2'...*itd.*) |
| Symboliczne rozwiązywanie równań: | **solve**( f, x ) |
| Tworzenie wykresu funkcji symbolicznej: | **ezplot**(f, [xmin,xmax]) , f**plot**(f, [xmin,xmax]) |
| Podstawienie danych do wyrażeń symbolicznych: | **subs**( f ) |
| Przeliczanie wyrażeń symbolicznych (np. ułamków zwyczajnych na dziesiętne) : | **eval**(f) **double**(f) |
| Upraszczanie wyrażeń symbolicznych: | **simplify**(w) |
| Obliczanie pochodnych funkcji: | **diff**( f, x ) |
| Obliczenie całki nieoznaczonej: | **int**(f, x) |
| Obliczenie całki oznaczonej: | **int**(f, xmin, xmax) |
| Rozwiązanie równania różniczkowego | **dsolve**(równanie, warunki) |

### Symboliczne operacje macierzowe

Przykład:

```
syms a b c d e f g h
A=[a b; c d]
B=[e f ; g h]
il_m=A*B                  %iloczyn macierzowy
il_t=A.*B                 %iloczyn tablicowy
```

```
A =
        [ a, b]
        [ c, d]
B =
        [ e, f]
        [ g, h]
il_m =
        [ a*e+b*g, a*f+b*h]
        [ c*e+d*g, c*f+d*h]
il_t =
        [ a*e, b*f]
        [ c*g, d*h]
```

### Zadanie

1. Znaleźć wzory na wyznacznik i macierz odwrotną dla macierzy o rozmiarze 4x4 z elementami symbolicznymi.

### Symboliczne rozwiązywanie równań – funkcja solve( )

### Podstawianie danych do funkcji symbolicznej – funkcja subs( )

Przykład:

```
syms x a b c
f=a*x^2+b*x+c
r=solve(f, x)
a=1; b=3.4; c=1.5;
r1=double(subs(r))          %podstawienie a, b, c, d do wektora rozwiązań i przeliczenie
```

```
f =
        a*x^2+b*x+c
r =
```

```
-1/2*(b-(b^2-4*a*c)^(1/2))/a
-1/2*(b+(b^2-4*a*c)^(1/2))/a
r1 =
      -0.5210
      -2.8790
```

Można również stosować zapis: r=solve(f == 0,  x)

Funkcja **double** (lub **eval**) przelicza ułamki na liczby dziesiętne.

## Zadanie

2. Znaleźć wzór ogólny dla rozwiązania równania: $a\,e^{2x} + be^{x} = 0$ (a i b są parametrami).

### Wykresy funkcji symbolicznych – funkcja ezplot

Stosowanie funkcji ezplot wyjaśnia prosty przykład:

```
syms x
f=x^2  %funkcja symboliczna
ezplot(f,[-10, 10])
```

Zamiennie można stosować funkcję *fplot.*

### Obliczanie pochodnych funkcji - funkcja diff( )

Dla obliczenia pochodnych funkcji służy funkcja **diff**. Jej parametrami są: funkcja, której pochodna będzie liczona, oraz (opcjonalnie) zmienna, względem której pochodna jest liczona, także rząd pochodnej.

**Przykład 1.** Obliczenie pochodnej funkcji $f(x)=x^2$

```
syms x
p=diff(x^2)
p2=diff(x^2, 2)        % pochodnia 2-go stopnia
```

```
p =
      2*x
p2 =
      2
```

Pochodną drugiego stopnia można też liczyć tak:

```
p2=diff(diff(p))
```

### Całkowanie funkcji - funkcja int( )

Przykład 1:

Obliczenie całki **nieoznaczonej** funkcji $f(x)=a \sin^2 x+b$

```
syms a b x
f=int(a*sin(x)+b)
```

Przykład 2:

Obliczenie całki **oznaczonej**: $\int_1^3 x^2 dx$

```
syms x
c= int(x^2, 1, 3)
c2= double(c) % przeliczenie ułamka
```

Przykład 3: Obliczanie pola powierzchni pomiędzy funkcją $y=-x^2+3$ a osią x.

```
syms x
y=-x^2+3
r=solve(y) %szukamy granic całkowania (punkty y=0)
r2=subs(r) %przeliczenie na liczby dziesiętne
pole=int(y, r2(1),r2(2))
pole2=double(pole) %zamień na postać dziesiętną
```

**Zadania**

3. Wykonać i zanalizować powyższe przykłady.
4. Znaleźć wzory ogólne na pochodne poniższych funkcji:

$f(x) = tg^2 x \qquad f(x) = 1 - cos^3 x \qquad f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[2]{x-1}}$

Następnie wykonać wykresy tych funkcji oraz ich pochodnych. Zanalizować przy pomocy wykresów fakt, że pochodna odzwierciedla tangens kąta nachylenia stycznej do funkcji.

5. Znaleźć pole powierzchni pomiędzy funkcją $\mathbf{sin^2 x}$ a osią **x** w przedziale (0, $\pi$) metodą całki oznaczonej. Sporządzić wykres.

**Badanie funkcji matematycznej**

**Ćwiczenie**

Dana jest funkcja poniższym równaniem:

$$f(x) = x^3 - 5x + 2$$

Należy narysować wykres tej funkcji i jej pochodnych pierwszego i drugiego stopnia oraz znaleźć na wykresie ekstrema lokalne funkcji w przedziale (-3, 3).

Rozwiązanie: Rysujemy wykresy funkcji oraz jej 1-szej i 2-giej pochodnej:

```
clc,clear
syms x
f=x^3-5*x+2
ezplot(f,[-3, 3])          %rysujemy wykres funkcji
df=diff(f,x);              % 1-sza pochodna
hold on                    %"zamrożenie" wykresu
ezplot(df,[-3, 3])         %rysujemy wykres pochodnej
df2=diff(df, x);            % 2-ga pochodna
ezplot(df2,[-3, 3])         %rysujemy wykres pochodnej 2-giego stopnia
```

Sprawdzić na wykresach, że:

- ekstrema są w punktach, gdzie pochodna pierwszego stopnia ma wartość zero (przecina oś x),
- w punkcie maksimum pochodna drugiego stopnia ma wartość ujemną, a w punkcie minimum dodatnią.

**Zadanie**

6. Zbadać ekstrema funkcji:

$f(x) = x\, e^{-x}(x-1)(x-3)(x+3)$ w przedziale x$\epsilon$ (-5, 5)

Spróbować obliczyć dokładne wartości zmiennej **x** w punktach ekstremów (rozwiązanie równania pierwszej pochodnej $\frac{df}{dt} = 0$). Potwierdzić wyniki na wykresie.

## Równania różniczkowe - funkcja dsolve()

Funkcja oblicza symbolicznie rozwiązania **równań różniczkowych zwyczajnych**, czyli znajduje funkcję, która spełnia równanie, w którym występują rownież pochodne szukanej funkcji.

Rozwiązywanie równania różniczkowego polega na:

- deklaracji funkcji symbolicznej, np.:

```
syms f(x)
```

- opisaniu równania różniczkowego w postaci tożsamości, na przykład dla równania różniczkowego:

$$\frac{df}{dt} + f = 4x$$

```
rownanie= diff(f)+f == 4*x
```

- rozwiązaniu równania z wykorzystaniem funkcji *dsolve*:

```
dsolve(rownanie)
```

**Przykład 1.** Po wykonaniu kodu:

```
syms f(x)
rownanie= diff(f)+f==4*x;
r=dsolve(rownanie)
```

otrzymamy:

```
r =
  4*x + C1*exp(-x) - 4
```

Można sprawdzić rozwiązanie:

```
spr=diff(r) + r - 4*x
```

Rozwiązanie zawiera stałą całkowania C1. Aby jej się pozbyć definiujemy przykładowy warunek początkowy *f(0)=1*:

```
syms f(x)
rownanie= diff(f)+f==4*x;
warunek = f(0)==1
r=dsolve(rownanie, warunek)
```

```
r =
      4*x + 5*exp(-x) – 4
```

**Przykład 2.** Równanie różniczkowe **drugiego stopnia:**

$$\frac{d^2y(x)}{dx^2} = cos(2x) - y$$

z dwoma warunkami początkowymi: y(0)=1; y'(0)=0

```
syms y(x)
rownanie= diff(y,2) ==cos(2*x) - y;
poch=diff(y);                        %funkcja pochodnej
warunki = [y(0)==1, poch(0)==0];     %wektor warunków początkowych
r=dsolve(rownanie,warunki)
r2=simplify(r)
```

```
r2 =
      1 - (8*sin(x/2)^4)/3
```

Funkcja ***simplify***(y) wykonuje uproszczenia zapisu funkcji.

## Zadania

7. Rozwiązać równanie różniczkowe:

$$\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = u$$

**warunki początkowe: u(0)=1, u'(0)=-1, u"(0)=π**

8. Równanie oscylatora harmonicznego bez tłumienia to:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega_0^2\, y(t) = 0$$

gdzie: y(t) – położenie ciała, $\omega_0$– częstość drgań,

zaś oscylatora z tłumieniem:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\beta\,\frac{dy}{dt} + \omega_0^2\, y(t) = 0$$

gdzie: β– współczynnik tłumienia.

Rozwiązać obydwa równania przyjmując różne wartości współczynników tłumienia i częstości oraz założone warunki początkowe. Utworzyć wykresy y(t).